Capitolo 11 – L'APT e il rendimento dei titoli rischiosi

Obiettivi del capitolo: il modello APT applica al mercato l'ipotesi di assenza di arbitraggio ricavando un'equazione di pricing che consente di determinare il rendimento atteso

Riflessione su:

- Individuazione dei fattori di rischio rilevanti
- Definizione dei factor tracking portfolios
- Utilizzo dei fattori di rischio nei modelli empirici (Fama – French)

Il modello multifattoriale

Nel CAPM la volatilità del mercato rappresenta il rischio sistematico e gli individui avversi al rischio chiedono un premio per investire nel mercato

Il rischio non sistematico (idiosincratico) non deve essere premiato perché è annullabile con opportuna diversificazione del portafoglio

Il premio rispetto al rischio di mercato che ciascun titolo riceve dipende dal comovimento con il mercato (coefficiente beta)

Il modello multifattoriale descrive il rendimento come somma di componenti di rischio attese e inattese (shock idiosincratici e macroeconomici)

$$r_i = Er_i + \sum_{k=1}^{K} \beta_{i,k} F_k + e_i = Er_i + \beta_{i,1} F_1 + \cdots + \beta_{i,K} F_K + e_i \ ; \ F_k \sim iid(0, \sigma_k^2)$$

L’arbitraggio

L’arbitraggio consiste nella possibilità di creare un portafoglio senza alcun investimento monetario («pasto gratis») ma in grado di offrire una probabilità di rendimento positivo, senza alcuna possibilità di perdita

La banca A prende a prestito e concede a prestito denaro al tasso di 5%; la banca B al 10%

- Conviene indebitarsi presso A e depositare presso B
  - ❖ Pur non avendo investito alcuna somma di denaro, si riceve un guadagno netto del 5%
- A però riceve molte domande di prestito, e quindi alza il proprio tasso
- B invece riceve molti depositi, e quindi abbassa il proprio tasso

➢ L’esistenza di opportunità di arbitraggio dà vita a flussi di capitale che hanno impatto sui prezzi/rendimenti fino a che l’opportunità cessa

L'arbitraggio sul mercato azionario (beta uguali)

Per un portafoglio vale lo stesso multifattoriale della singola asset

$$r_p = Er_p + \sum_{k=1}^{K} \beta_{p,k} F_k = Er_p + \beta_{p,1} F_1 + \cdots + \beta_{p,K} F_K + \cancel{e_p}$$

❖ Se il portafoglio è bilanciato e ben diversificato, manca l'elemento e_p

Per semplicità, senza perdita di generalità, assumiamo: k=1 e due portafogli (A, B) con $\beta_{A,1} = \beta_{B,1} = \beta_1$

$$r_A = Er_A + \beta_1 F_1$$

$$r_B = Er_B + \beta_1 F_1$$

e assumiamo $Er_A > Er_B$

L'arbitraggio sul mercato azionario (beta uguali) / 2

E' possibile costruire un portafoglio long-short (LS), investendo x€ per acquistare il portafoglio A («lunghi» su A) e vendere allo scoperto il portafoglio B («corti» su B) per ottenere x€

- Recall: prendiamo a prestito per lasso di tempo T asset B per venderlo immediatamente e lo ricompriamo dopo T per restituirlo al proprietario

$$r_{LS} = r_A - r_B = Er_A - Er_B + \beta_1 F_1 - \beta_1 F_1 = Er_A - Er_B$$

- Sebbene la quantità investita sia nulla (la quota short finanzia la quota long), il rendimento del portafoglio LS è positivo ($Er_A > Er_B$) e senza rischio né specifico (portafoglio diversificato) né sistematico (beta uguali)
  - ✓ Esiste una opportunità di arbitraggio
  - ✓ Perché non esista, se $\beta_A = \beta_B \therefore Er_A = Er_B \,; r_{LS} = 0$

L'arbitraggio sul mercato azionario (beta differenti e.g. $w\beta_A = \beta_B$)

Creiamo un portafoglio C che investa su asset A e risk-free; sarà:

$$r_{LS} = r_C - r_B = w(Er_A + \beta_A F_1) + (1-w)r_f - (Er_B + \beta_B F_1)$$

Se $w\beta_A = \beta_B$, e quindi $w = {}^{\beta_B}\!/_{\beta_A}$,

$$r_{LS} = r_C - r_B = wEr_A + w\beta_A F_1 + (1-w)r_f - Er_B - w\beta_A F_1$$
$$= wEr_A + (1-w)r_f - Er_B = 0$$

$$w\left(Er_A - r_f\right) = Er_B - r_f$$

$$\frac{Er_A - r_f}{\beta_A} = \frac{Er_B - r_f}{\beta_B}$$

$\therefore$ il rapporto tra il premio al rischio e il beta deve essere sempre uguale per tutti gli asset, in assenza di arbitraggio

L'arbitraggio sul mercato azionario (beta differenti) / 2

$$r_{LS} = r_C - r_B = w(Er_A + \beta_A F_1) + (1 - w)r_f - (Er_B + \beta_B F_1)$$

Esempio: $\beta_A = 1{,}5; \beta_B = 0{,}75; r_f = 0; Er_A = 8\%; Er_B = 5\%; w = 0{,}5$

$$r_{LS} = r_C - r_B = 0{,}5(0{,}08 + 1{,}5F_1) + 0{,}5 * 0 - (0{,}05 + 0{,}75F_1)$$

$$r_{LS} = r_C - r_B = 0{,}5 * 0{,}08 - 0{,}05 = 0{,}04 - 0{,}05 = -0{,}01$$

$\therefore$ Conviene andare «long-short»

- Perché non esista opportunità di arbitraggio, deve essere:

$$\frac{Er_A - r_f}{\beta_A} = \frac{Er_B - r_f}{\beta_B}$$

Ovvero:

$$\frac{Er_A - 0}{1{,}5} = \frac{0{,}05 - 0}{0{,}75} \therefore Er_A = \frac{1{,}5 * 0{,}05}{0{,}75} = 0{,}10$$

L'arbitraggio sul mercato azionario (beta differenti) / 3

$$r_{LS} = r_C - r_B = w(Er_A + \beta_A F_1) + (1-w)r_f - (Er_B + \beta_B F_1)$$

Esempio: $\beta_A = 1{,}5; \beta_B = 0{,}75; r_f = 0; Er_A = 8\%; Er_B = 2\%; w = 0{,}5;$

shock idiosincratico: $e_A = +0{,}03\ (p = 50\%);\ -0{,}03\ (p = 50\%)$

$$r_{LS} = r_C - r_B = 0{,}5(0{,}08 + 1{,}5F_1 + e_A) + 0{,}5 * 0 - (0{,}02 + 0{,}75F_1)$$

$$r_{LS} = r_C - r_B = 0{,}5 * 0{,}08 - 0{,}02 + 0{,}5 * e_A = 0{,}02 + 0{,}5 * e_A$$

$$e_A = +0{,}03\ \therefore\ r_{LS} = 0{,}02 + 0{,}5 * 0{,}03 = 3{,}5\%$$

$$e_A = -0{,}03\ \therefore\ r_{LS} = 0{,}02 - 0{,}5 * 0{,}03 = 0{,}5\%$$

$\therefore$ Conviene andare «long-short» sempre

- Se invece fosse $e_A = +0{,}05\ (p = 50\%);\ -0{,}05\ (p = 50\%)$

$$e_A = +0{,}05\ \therefore\ r_{LS} = 0{,}02 + 0{,}5 * 0{,}05 = 4{,}5\%$$

$$e_A = -0{,}05\ \therefore\ r_{LS} = 0{,}02 - 0{,}5 * 0{,}05 = -0{,}5\%$$

$\therefore$ La convenienza della strategia LS dipende dall'avversione al rischio

La spiegazione dei rendimenti attesi

Chiamiamo $\frac{Er_i - r_f}{\beta_i} = ERP$, premio al rischio di mercato;

quindi $Er_i - r_f = \beta_i * ERP$

- Se consideriamo $k = \{1, \dots, K\}$ fattori di rischio

La equazione del prezzo (*price equation*) sarà:

$$Er_i - r_f = \sum_{k=1}^{K} \beta_{i,k} rp^{(k)}$$

Dove $rp^{(k)}$ è il premio al rischio su un portafoglio (*factor tracking portfolio*) perfettamente correlato con il k-esimo fattore di rischio e nessuna correlazione con gli altri fattori di rischio

La spiegazione dei rendimenti attesi / 2

$$\frac{Er_i - r_f}{\beta_i} = ERP \; ; Er_i - r_f = \beta_i * ERP$$

$$Er_i - r_f = \sum_{k=1}^{K} \beta_{i,k} rp^{(k)}$$

I principali fattori di rischio identificati sono:

- Fattori macro (crescita ec., inflazione, tassi interesse, prezzi materie prime)
  - ❖ Capacità limitata di spiegare i premi al rischio sul mercato azionario
- Strategie di formazione dei portafogli («*style investing*»)
  - ✓ Value investing: acquisto sistematico di titoli sottovalutati dal mercato, individuati sulla base del BTM (valore contabile/valore mercato)
  - ✓ Portafogli che generano anomalie, che pagano un extra-rendimento perché hanno un livello di rischio più elevato